

文章编号: 1000-7598 (2012) 05-1389-07

# 锚杆挡土墙可靠度分析与计算方法

唐仁华, 陈昌富

(湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082)

**摘要:** 提出了锚杆挡墙中肋柱锚杆体系的串-并联模型。将肋柱视为连续梁, 锚杆视为弹性支座, 引入锚杆与锚固段周围岩土体的复合刚度系数, 用位移法导出了各根锚杆所受荷载的统一计算公式。考虑各功能函数之间的相关性, 运用系统可靠性理论, 提出了单根锚杆3种破坏模式的串联系统与多根锚杆并联系统的体系可靠度计算方法, 并编制了计算程序。对一工程实例进行计算, 并对计算结果进行了分析, 发现单根锚杆的3种失效模式并非相互独立, 每种失效模式对锚杆可靠度的影响也不一样, 而3根锚杆并联系统的失效概率近似等于在其他锚杆均未破坏的条件下每根锚杆单独失效概率之和。

**关键词:** 锚杆挡墙; 串-并联模型; 复合刚度系数; 功能函数相关性; 体系可靠度

**中图分类号:** TU 433

**文献标识码:** A

## Analysis and calculation method of reliability of anchored retaining wall

TANG Ren-hua, CHEN Chang-fu

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** A series-parallel model of rib beam-anchor system in reliability analyses of anchored retaining wall is presented. Regarding the rib beam as a continuous beam and the anchors as an elastic support, introducing a composite stiffness coefficient of anchor and the soil around anchorage section, the application loads acting on each anchor are obtained by displacement method. Considering the correlation of performance functions, based on the system reliability theory, a series system of three failure models for single anchor and a parallel system for multiple anchors are developed, while the calculation method of system reliability for the two systems is derived. The corresponding program of new method herein is used to compute the reliability in an engineering example. The calculation results show that the three failure models for single anchor are related and they have different effects on anchor's reliability, yet the parallel system failure probability of three anchors is approximately equal to sum of the three single anchor's failure probability at the condition of other anchors is not failure.

**Key words:** anchored retaining wall; series-parallel model; composite stiffness coefficient; correlation of performance functions; system reliability

## 1 引言

锚杆挡土墙由于其自重小、结构合理、施工便捷、造价低等优点在山区公路边坡的治理中被大量使用。柱板式锚杆挡土墙由挡土板、肋柱、锚杆组成, 肋柱是挡土板的支座, 锚杆是肋柱的支座。墙后的侧向土压力作用于挡土板上, 并通过挡土板传给肋柱, 再由肋柱传给锚杆, 由锚杆与周围地层之间的锚固力与之平衡, 以维持墙身及墙后土体的稳定。其中锚杆是主要的受力构件, 故本文将重点研究锚杆挡墙中锚杆体系的可靠度。

目前, 对单根锚杆单一失效模式下的可靠性研究较多。朱川曲<sup>[1-2]</sup>、王卫军<sup>[3]</sup>、何满潮<sup>[4]</sup>等对巷道锚杆支护结构可靠性进行了深入研究。杨松林等<sup>[5]</sup>运用随机-模糊理论分析了锚杆抗拔力的可靠性。高凌霄等<sup>[6]</sup>对锚杆-抗滑桩系统的可靠性进行了数值模拟。而针对多根锚杆的不同失效模式进行系统可靠性研究的文献较少, 笔者仅搜索到孔恒等<sup>[7]</sup>建立的岩体锚固系统可靠度计算模型。但文献<sup>[7]</sup>只介绍了模型与分析方法, 并没有构建一个具体的算例或者工程实例来实现其计算过程。本文将从系统可靠性理论出发, 建立锚杆挡墙中肋柱锚杆体系的混联

收稿日期: 2010-11-12

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 50878082); 湖南省自然科学基金 (No. 09JJ3104)。

第一作者简介: 唐仁华, 1984, 男, 博士研究生, 从事边坡与支挡结构可靠性方面的研究工作。E-mail: tangrenhua1984@sina.com

模型, 并对其进行系统可靠度的计算。

## 2 锚杆体系的串-并联模型

结构系统是由结构单元构成的具有一定功能关系的组合体。构成结构的诸构件, 由于其材料及受力性质的不同, 可以分为脆性和延性两类, 脆性构件一旦失效立即完全丧失功能, 而延性结构尚能以塑性铰的形式继续抵抗部分荷载。构件失效的性质不同, 对体系可靠度的影响也不同。锚杆的上述 3 种破坏方式近似为脆性破坏。如果将结构体系失效的各种方式模型化后, 总可以归并为 3 种类型, 即串联模型、并联模型、混联模型。对于锚杆挡墙中的肋柱锚杆体系而言, 其单根锚杆作为系统的一个元构件通常具有 3 种失效模式, 其中任何一种失效模式都可能导致锚杆失效, 这 3 种失效模式可以简化为一个串联系统, 如图 1 所示。

每一级挡墙一般存在两排以上锚杆, 它们通过肋柱连接成了一个整体, 共同抵抗侧向土压力的作用。由于设计时每根锚杆都穿过潜在滑动面达到稳定地层, 单根锚杆的破坏不会导致边坡的失稳, 只有当肋柱上的所有锚杆全部破坏后, 边坡才会发生滑动破坏, 这种系统称为并联系统。将此并联系统与前面的串联系统组合成串-并联系统, 如图 2 所示。

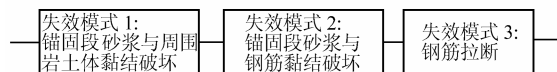


图 1 串联系统  
Fig.1 Series system

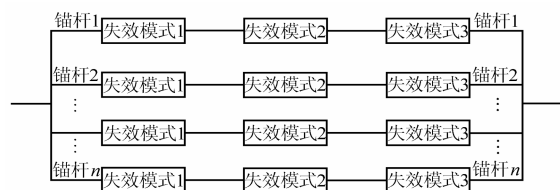


图 2 串-并联系统  
Fig.2 Series-parallel system

对于锚杆挡墙而言, 还应该分析墙面板、肋柱、肋柱和锚杆的连接处的可靠性。为了使分析简化, 本文仅分析锚杆体系的可靠性, 即将锚杆群的失效视为锚杆挡墙的主要失效模式。

## 3 荷载效应的计算

### 3.1 土压力的计算

作用于挡土墙的墙背土压力, 可按库仑主动土

压力计算, 再乘以增大系数修正<sup>[8]</sup>。每米宽挡墙所受的沿墙身垂直方向的土压力  $Q_c$  为

$$Q_c = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_a \cos \delta \quad (1)$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\alpha + \delta) \left[ 1 + \frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \xi)}{\cos(\alpha + \delta) \cos(\alpha - \xi)} \right]^2} \quad (2)$$

式中:  $h$  为墙高 (m);  $\xi$  为墙后填土面的倾角;  $\alpha$  为墙背与垂线的夹角 ( $^\circ$ ), 俯斜为正, 仰斜为负, 图 3 中  $\alpha$  应取负值;  $\varphi$  为墙背岩土综合内摩擦角 ( $^\circ$ );  $\delta$  为土与墙背材料间的外摩擦角 ( $^\circ$ );  $\gamma$  为墙背岩土重度 ( $\text{kN/m}^3$ );  $K_a$  为库仑主动土压力系数。若墙后土体上覆均布荷载, 将其换算成当量土重计算。

影响锚杆挡土墙侧向压力分布的因素很复杂, 文献[8]建议根据实际情况按照三角形或者梯形分布, 但不管作用在肋柱上的土压力怎么分布, 总压力  $P_c$  大小不变, 变的是合力作用点的位置。

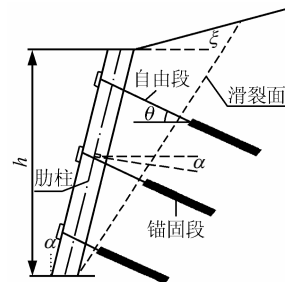


图 3 锚杆挡墙示意图  
Fig.3 Schematic diagram of anchored retaining wall

### 3.2 锚杆轴向拉力的计算

如图 3 所示, 锚杆的轴向拉力为

$$T = N / \cos(\theta - \alpha) \quad (3)$$

式中:  $T$  为锚杆受到的轴向拉力 (kN);  $N$  为锚杆拉力垂直于肋柱方向的分力 (kN), 即下文要求的肋柱的支点反力。

求锚杆轴向拉力时, 将肋柱视为弹性支撑的简支梁或连续梁计算<sup>[8]</sup>, 每根肋柱承受与左右相邻肋柱中点至中点的距离, 锚杆视为肋柱的支座。

笔者在按位移法求解支座 (锚杆) 反力时, 由于不要求梁 (肋柱) 的内力, 将土压力的梯形荷载等效为作用在梯形荷载形心的集中荷载 (梁的内力发生变化, 但支座反力不变), 同时作以下 3 个假定:

(1) 肋柱近似为一个刚体, 它的刚度远远大于锚杆的刚度, 故肋柱只发生平移和转动, 不会产生弯曲变形。

(2) 锚杆间互相独立, 即忽略群锚效应。

(3) 假定锚杆总位移由自由段钢筋和锚固体的弹性变形及锚固体与锚固层界面的剪切位移组成。设锚固体与周围的岩土体共同变形, 即锚固体与锚固层界面的位移等于其周围岩土体的剪切位移。

将锚杆和锚杆周围的岩土体视为两个弹性支座, 计算模型如图4所示。

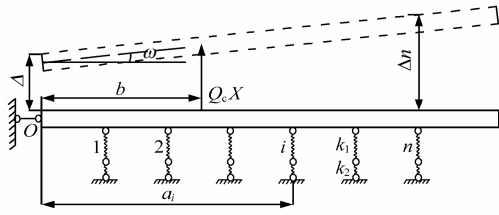


图4 支座反力学计算模型

Fig.4 Mechanic model for support reaction

在图4中,  $X$  为肋柱的跨度,  $b$  为肋柱上土压力合力作用点到坡底  $O$  点的距离,  $a_i$  为每根锚杆与肋柱连接处到坡底  $O$  点的距离,  $\omega$  为肋柱绕  $O$  点的转角,  $\Delta$  为肋柱在坡底处的竖向位移。

设锚杆与锚固段周围岩土体在垂直肋柱方向的复合刚度系数为  $k_c$ , 则

$$k_c = 1/(1/k_1 + 1/k_2) \quad (4)$$

式中:  $k_1$  为锚杆在垂直于肋柱方向的拉伸刚度系数 (kN/m);  $k_2$  为锚固体周围岩土体沿垂直于肋柱方向的剪切刚度系数 (kN/m)。

锚杆在垂直于肋柱方向的刚度系数及组合弹性模量为<sup>[9]</sup>

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{3AE_a E_c A_c}{3l_f E_c A_c + E_a A l_a} \cos^2(\theta - \alpha) \\ E_c &= \frac{AE_a + (A_c - A)E_m}{A_c} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $l_f$  为锚杆自由段长度;  $l_a$  为锚杆锚固段长度;  $A$  为杆体截面面积;  $A_c$  为锚固体截面面积;  $E_a$  为杆体弹性模量;  $E_m$  为锚固体中注浆体弹性模量;  $E_c$  为锚固体组合弹性模量。

$$k_2 = G_c \frac{2\pi r_0 l_a}{(r_m - r_0)} \cos^2(\theta - \alpha) \quad (6)$$

式中:  $G_c$  为锚固体周围岩土体的剪切模量;  $r_0$  为锚固体的半径;  $r_m$  为剪切位移法<sup>[10]</sup>中剪切变形为0的同心圆的半径,  $r_m = 20r_0$ 。由图4知, 各支点处的

竖向位移为

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \Delta + a_1 \omega \\ \Delta_2 &= \Delta + a_2 \omega \\ &\vdots \\ \Delta_i &= \Delta + a_i \omega \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

则各锚杆的刚度方程如下:

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= k_{c1} \Delta_1 = k_{c1} (\Delta + a_1 \omega) \\ N_2 &= k_{c2} \Delta_2 = k_{c2} (\Delta + a_2 \omega) \\ &\vdots \\ N_i &= k_{ci} \Delta_i = k_{ci} (\Delta + a_i \omega) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

根据两个平衡方程, 有

$$\left. \begin{aligned} \sum Y &= 0, \quad \sum_{i=1}^n N_i = Q_c X \\ \sum M_O &= 0, \quad \sum_{i=1}^n N_i a_i = Q_c X b \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将式(8)代入式(9), 得

$$\left. \begin{aligned} (\sum_{i=1}^n k_{ci}) \Delta + (\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i) \omega &= Q_c X \\ (\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i) \Delta + (\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2) \omega &= Q_c X b \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

解二元方程组(10), 得

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2 - b \sum_{i=1}^n k_{ci} a_i}{(\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2)(\sum_{i=1}^n k_{ci}) - (\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i)^2} Q_c X \\ \omega &= \frac{b \sum_{i=1}^n k_{ci} - \sum_{i=1}^n k_{ci} a_i}{(\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2)(\sum_{i=1}^n k_{ci}) - (\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i)^2} Q_c X \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将式(11)代回式(8), 得

$$N_j = \frac{\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2 - b \sum_{i=1}^n k_{ci} a_i + a_j (b \sum_{i=1}^n k_{ci} - \sum_{i=1}^n k_{ci} a_i)}{(\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2)(\sum_{i=1}^n k_{ci}) - (\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i)^2} k_{cj} Q_c X \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

将式(12)代入式(3), 即得到作用在每根锚杆上的荷载效应  $T_j$  为

$$T_j = \frac{\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2 - b \sum_{i=1}^n k_{ci} a_i + a_j (b \sum_{i=1}^n k_{ci} - \sum_{i=1}^n k_{ci} a_i)}{[(\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i^2)(\sum_{i=1}^n k_{ci}) - (\sum_{i=1}^n k_{ci} a_i)^2] \cos(\theta - \alpha)} k_{cj} Q_c X \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

可以看出,对于任意变化的 $n(n \geq 2)$ ,都可以用式(13)求出 $T_j$ 来,这为后面考虑锚杆逐个破坏的并联系统可靠度的计算提供了很大的方便。另外,当 $n=1$ 时,式(13)不再适用,笔者认为,土压力将由仅剩下的1根锚杆全部承担,即 $T=Q_c X/\cos(\theta-\alpha)$ 。

#### 4 锚杆系统可靠度的计算

锚杆体系的失效模式是先串联后并联。故应先计算单根锚杆在3种串联失效模式下的可靠度,然后计算更多锚杆全部失效时的可靠度。

锚杆挡墙的作用机制是通过钢筋的抗拉强度来抵抗边坡的下滑力,锚杆的功能函数可写为

$$Z = R - S \quad (14)$$

式中: $R$ 为锚杆的抗拔力; $S$ 为锚杆承受的荷载。锚杆有3种失效模式,即

$$R_1 = \pi D l_a q_{sr}, R_2 = \pi d_s l_a q_{ss}, R_3 = \pi d_s^2 f_s / 4 \quad (15)$$

式中: $d_s$ 为钢筋直径; $f_s$ 为钢筋的抗拉强度; $q_{sr}$ 为岩土体与锚固体间的黏结强度; $q_{ss}$ 为锚固段钢筋与砂浆的黏结强度; $D$ 为锚固体直径。

则第 $j$ 根锚杆失效的3个功能函数为

$$\left. \begin{aligned} Z_1^j &= R_1^j - T_j \\ Z_2^j &= R_2^j - T_j \\ Z_3^j &= R_3^j - T_j \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

由于3个功能函数中的抗力互相独立,荷载来自同一作用,故它们既不完全独立,也不完全相关。通过数值模拟发现<sup>[11]</sup>,串联体系的失效概率是各个功能函数的失效概率 $p_{fi}$ 与它们之间的相关系数 $\rho_{ij}$ 的函数,即

$$p_{fs} = 1 - \prod_{i=1}^3 (1 - p_{fi}') \quad (17)$$

$$p_{fi}' = p_{fi}, p_{fi}' = p_{fi} \prod_{j=1}^i (1 - K_{ij}^{\beta_j/2}) \quad (18)$$

$$K_{ij} = \frac{2}{\pi} \left[ 1 + (\rho_{ij} - \rho_{ij}^2) \left( \frac{3}{4 + \rho_{ij} \ln j} - \rho_{ij} \right) \exp(3\rho_{ij}) \right] \cdot \arctan \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2} - 1} \quad (19)$$

式中: $p_{fs}$ 为整个串联体系的失效概率; $p_{fi}$ 为锚杆3种失效模式下的失效概率,按大小排列为 $p_{f1} \geq p_{f2} \geq p_{f3}$ ;  $p_{fi}'$ 和 $K_{ij}$ 为中间变量,见式(18);  $\rho_{ij}$ 为第 $i$ 和第 $j$ 个功能函数之间的相关系数( $i, j=1, 2, 3$ ),可根据协方差求解。

脆性元件在失效后将逐个从系统中退出工作<sup>[12]</sup>,因此,在计算并联系统可靠度时,要考虑元件的失效顺序。

若 $n$ 根锚杆全部逐个破坏,根据排列组合的知识,共有 $n!$ 种失效顺序,体系失效概率则是 $n!$ 种失效方式的并集。现假设第1种失效顺序为从第1根至第 $n$ 根依次破坏,设 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 表示各根锚杆的失效事件,则此种顺序下的失效概率为

$$p_f^1 = p(F_1 \cap F_2 \cap \dots \cap F_n) = p(F_1)p(F_2/F_1)p(F_3/(F_1 F_2)) \cdots p(F_n/\bigcap_{j=1}^{n-1} F_j) \quad (20)$$

式中: $p(F_1)$ 为第1根锚杆在无任何锚杆已经失效的条件下的失效概率,对应功能函数里面的荷载由式(13)求得; $p(F_2/F_1)$ 为第2根锚杆在第1根锚杆已经失效的条件下的失效概率,对应功能函数里面的荷载也由式(13)求得,只是去掉已经破坏的那根杆,将式(13)里面的 $n$ 变为 $(n-1)$ ,即通过改变每根锚杆功能函数里的荷载来直接求解条件概率。

同样,假设第 $n!$ 种失效顺序为从第 $n$ 根至第1根逐次破坏,则此种顺序下的失效概率为

$$p_f^{n!} = p(F_n)p(F_{n-1}/F_n)p(F_{n-2}/(F_n F_{n-1})) \cdots p(F_1/\bigcap_{j=1}^{n-1} F_j) \quad (21)$$

整个并联系统的失效概率为

$$P_f = \sum_{i=1}^{n!} p_f^i - \sum_{1 \leq i < j \leq n!} p_f^{i \cap j} + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n!} p_f^{i \cap j \cap k} + \cdots + (-1)^{n!-1} \prod_{i=1}^{n!} p_f^i \quad (22)$$

式中: $p_f^{i \cap j}$ 表示第 $i$ 种失效顺序与第 $j$ 种失效顺序相容的地方。例如有3根锚杆,其中1种失效顺序为1-2-3,另一种失效顺序为2-1-3,则这两者相容的地方就是1和2同时失效,同时失效与先后失效的区别在于失效时的条件不同,所以计算荷载时的模式不同,结果也不同。

综上所述,计算锚杆体系可靠度的步骤如下:

(1)通过式(13)计算每根锚杆受的荷载 $T_i^0$ (下标 $i$ 代表第 $i$ 根锚杆,上标代表已破坏的锚杆),代入式(16)求出3种失效模式下的可靠概率。

(2)求各功能函数间的相关系数,根据式(17)求出每根锚杆的失效概率 $p_{fi}^0$ 。

(3)在不同的位置断掉1根锚杆,计算剩下的各锚杆的抗力 $T_i^j$ 及其失效概率 $p_{fi}^j$ 。

(4)在不同的位置断掉2根锚杆,计算剩下的各锚杆的抗力 $T_i^{jk}$ 及其失效概率 $p_{fi}^{jk}$ 。

(5) 按步骤(3)、(4)继续,直到剩下最后一根锚杆,计算不同位置的锚杆抗力 $T_i$ 及其失效概率 $p_{fi}$ 。

(6) 按式(22)计算体系失效概率 $P_f$ 。

## 5 算例分析

澳门海逸庭圆住宅小区东南方有一座长为74.55 m、厚度为0.5 m的锚杆挡土墙。澳门临海,空气中盐分较高,由于原来未采取任何防腐蚀措施,现锚杆自由端已严重腐蚀,原有锚杆已对挡土墙的安全构成了危险,故开发商决定重新加固,最后采取的加固方案为:在原有挡墙上再打3排锚杆,用肋柱连接,肋柱间距为3 m。锚杆的设计参数如表1所示。

表1 锚杆设计参数  
Table 1 Design parameters of anchors

| 锚杆<br>序号 | 距顶距离<br>/m | 入射角<br>/(°) | 自由段长<br>/m | 锚固段长<br>/m | 钢筋直径<br>/mm | 钻孔直径<br>/mm |
|----------|------------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|
| 3        | 2.30       | 30          | 5          | 7          | 32          | 100         |
| 2        | 5.85       | 30          | 4          | 8          | 40          | 100         |
| 1        | 7.85       | 30          | 3          | 7          | 40          | 100         |

其他设计计算参数为:墙背垂直,墙高为9.85 m,

墙后填土综合内摩擦角 $\varphi=45^\circ$ ,土与挡土墙的摩擦角 $\delta=\varphi/2$ ,土的平均重度 $\gamma=19\text{ kN/m}^3$ ,锚杆采用II级钢筋,设计强度 $f_y=290\text{ MPa}$ 。岩土体与锚固体之间的黏结强度 $q_{sr}=150\text{ kPa}$ ,锚固段钢筋与砂浆的黏结强度 $q_{ss}=2.0\text{ MPa}$ 。钢筋弹性模量 $E_s=200\text{ GPa}$ ,砂浆的弹性模量 $E_m=28\text{ GPa}$ ,锚固体周围土体剪切模量 $G_e=20\text{ MPa}$ 。

现将 $\gamma$ 、 $\varphi$ 、 $f_y$ 、 $q_{sr}$ 、 $q_{ss}$ 、 $E_s$ 、 $E_m$ 、 $G_e$ 视为相互独立的正态分布的随机变量,均值为上文中提到的值,变异系数均取0.1,土压力增大系数取1.2<sup>[8]</sup>,按土质边坡的梯形分布,使用验算点法求解可靠指标,编制程序进行计算。

表2中,符号里的上标数字表示已经失效的锚杆,下标数字表示锚杆编号,例如 $p_{f1}^{23}$ 表示在第2根和第3根锚杆已经破坏的前提下第1根锚杆的失效概率。由式(22)可知,整个并联系统的失效概率 $p_f$ 为

$$p_f = p_{f1}^0 p_{f2}^1 p_{f3}^{12} + p_{f1}^0 p_{f3}^1 p_{f2}^{13} + p_{f2}^0 p_{f1}^2 p_{f3}^{12} + p_{f2}^0 p_{f3}^2 p_{f1}^{13} + p_{f3}^0 p_{f1}^3 p_{f2}^{13} + p_{f3}^0 p_{f2}^3 p_{f1}^{23} - (p_{f1}^0 p_{f2}^0 p_{f3}^{12} + p_{f1}^0 p_{f3}^0 p_{f2}^{13} + p_{f2}^0 p_{f3}^0 p_{f1}^{13} + p_{f1}^0 p_{f2}^1 p_{f3}^1 + p_{f2}^0 p_{f1}^2 p_{f3}^2 + p_{f3}^0 p_{f1}^3 p_{f2}^3 - p_{f1}^0 p_{f2}^0 p_{f3}^0) = 0.0016$$

表2 不同条件下的各根锚杆的失效概率

Table 2 Failure probabilities of anchor under different conditions

| $p_{f1}^0$ | $p_{f2}^0$            | $p_{f3}^0$            | $p_{f1}^3$ | $p_{f2}^3$ | $p_{f1}^2$ | $p_{f3}^2$ | $p_{f2}^1$ | $p_{f3}^1$             | $p_{f1}^{23}$ | $p_{f2}^{13}$ | $p_{f3}^{12}$ |
|------------|-----------------------|-----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.0014     | $1.93 \times 10^{-4}$ | $9.13 \times 10^{-5}$ | 0          | 1          | 0.6703     | 0.0927     | 1          | $3.33 \times 10^{-16}$ | 1             | 1             | 1             |

显然,对于本例而言, $P_f=0.0016$ 与3根锚杆第1次发生破坏的概率之和 $p_{f1}^0 + p_{f2}^0 + p_{f3}^0 \approx 0.0014$ 非常接近。在计算并联体系可靠度时,可以只计算表2中的前3项,不必计算对结果影响很小的其余9项,从而简化计算。

表3中 $\rho_{12}$ 表示单根锚杆串联系统中第1种失效模式和第2种失效模式之间的相关系数。剩余符号的上下标数字含义与表2中的相同。从表3中可以看出,锚杆的各功能函数之间的相关系数在抗力不变的前提下随荷载的增大而增大。此外, $\rho_{12}$ 和 $\rho_{23}$ 的值较接近,且比 $\rho_{13}$ 的值小很多。事实上,第1种失效模式与第3种失效模式下的抗力大小比较接近,这说明在同一作用效应下的各功能函数,抗力大小越接近,则其功能函数间的相关系数越大。

从表4中可以看出,模式2的失效概率远远小于模式1和模式3的失效概率,对系统失效概率影

响甚小;当其他失效模式的失效概率远远小于其中一种失效模式的失效概率时(如 $a_1^0$ ),最大的这种失效概率近似为串联系统的失效概率。结合表3、4可以看出,串联系统失效概率与各失效模式功能函数之间的相关系数密切相关,如 $a_3^0$ 中各相关系数较小: $\rho_{12}=0.2806$ , $\rho_{13}=0.7302$ , $\rho_{23}=0.2848$ , $\bar{\rho}=0.4319$ ,其失效概率( $9.1 \times 10^{-5}$ )近似等于3种失效模式失效概率之和,可认为它们相互独立; $a_3^2$ 各相关系数中等: $\rho_{12}=0.4157$ , $\rho_{13}=0.8502$ , $\rho_{23}=0.4192$ , $\bar{\rho}=0.5617$ ,其失效概率(0.0927)略小于各模式失效概率之和(0.1122),大于其中最大的模式失效概率(0.0927),表明它们既不完全独立,也不完全相关; $a_3^{12}$ 各相关系数较大: $\rho_{12}=0.7585$ , $\rho_{13}=0.9699$ , $\rho_{23}=0.7595$ , $\bar{\rho}=0.8293$ ,其失效概率(1.00)等于其中最大的模式失效概率,可认为它们完全相关。

表 3 各根锚杆不同失效模式间的相关系数  
Table 3 Correlation coefficients for anchors under various failure modes

| 相关系数        | 锚杆 1    |         |             | 锚杆 2    |         |             | 锚杆 3    |         |             |
|-------------|---------|---------|-------------|---------|---------|-------------|---------|---------|-------------|
|             | $a_1^0$ | $a_1^2$ | $a_1^{2,3}$ | $a_2^0$ | $a_2^1$ | $a_2^{1,3}$ | $a_3^0$ | $a_3^2$ | $a_3^{1,2}$ |
| $\rho_{12}$ | 0.284 8 | 0.467 0 | 0.684 1     | 0.252 7 | 0.595 0 | 0.632 6     | 0.280 6 | 0.415 7 | 0.758 2     |
| $\rho_{13}$ | 0.757 6 | 0.895 4 | 0.962 2     | 0.745 2 | 0.949 2 | 0.957 6     | 0.730 2 | 0.850 2 | 0.969 9     |
| $\rho_{23}$ | 0.273 5 | 0.458 9 | 0.679 8     | 0.250 2 | 0.593 9 | 0.631 7     | 0.284 8 | 0.419 2 | 0.759 5     |

表 4 单根锚杆串联系统的失效概率  
Table 4 Series system of single anchor's failure probability

| 模式  | $a_1^0$               | $a_2^0$               | $a_3^0$               | $a_1^3$ | $a_2^3$               | $a_1^2$               | $a_2^2$               | $a_1^1$               | $a_3^1$               | $a_1^{2,3}$           | $a_2^{1,3}$           | $a_3^{1,2}$          |
|-----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| 模式1 | $1.4 \times 10^{-3}$  | $1.4 \times 10^{-4}$  | $1.9 \times 10^{-5}$  | 0       | 1.000 0               | 0.670 3               | 0.035 5               | 0.995 2               | $9.1 \times 10^{-17}$ | 1.000 0               | 0.999 3               | 1.000 0              |
| 模式2 | $5.9 \times 10^{-19}$ | $1.9 \times 10^{-19}$ | $8.7 \times 10^{-19}$ | 0       | $9.2 \times 10^{-11}$ | $6.5 \times 10^{-16}$ | $1.3 \times 10^{-16}$ | $8.3 \times 10^{-13}$ | $2.9 \times 10^{-22}$ | $5.5 \times 10^{-11}$ | $2.4 \times 10^{-12}$ | $1.5 \times 10^{-8}$ |
| 模式3 | $3.1 \times 10^{-5}$  | $6.1 \times 10^{-5}$  | $7.2 \times 10^{-5}$  | 0       | 0.999 9               | 0.230 6               | 0.076 7               | 0.991 0               | $2.2 \times 10^{-16}$ | 0.998 5               | 0.998 5               | 1.000 0              |
| 系统  | $1.4 \times 10^{-3}$  | $1.9 \times 10^{-4}$  | $9.1 \times 10^{-5}$  | 0       | 1.000 0               | 0.690 3               | 0.092 7               | 1.000 0               | $3.3 \times 10^{-16}$ | 1.000 0               | 1.000 0               | 1.000 0              |

## 6 结 论

本文考虑了不同位置锚杆受力的不同以及锚杆失效的先后顺序的影响,考虑了锚杆的多种失效模式以及各种失效模式之间的相关性,提出了锚杆挡墙中肋柱锚杆体系的系统可靠性分析方法和步骤,并编制了计算程序。利用该程序对一工程实例进行计算,取得如下成果:

(1) 算例的计算结果表明,当锚杆各破坏模式功能函数之间的相关系数小于 0.5 时可近似为相互独立,大于 0.8 时可近似为完全相关。这与体系可靠度分析中一般取界限相关系数  $\rho_0 = 0.7 \sim 0.8$  来判断两个功能函数是否高级相关相符合。说明计算单根锚杆可靠度时假定各破坏模式功能函数之间相互独立是片面的,而以其中一种失效模式的可靠度代替整个串联系统的可靠度则更不精确。

(2) 本文重点在于介绍肋柱锚杆体系的系统可靠度计算模型与方法。对于文中算例而言,由 3 根锚杆构成的并联体系的失效概率近似等于每根锚杆在其他锚杆均未破坏的初始条件下单独失效的概率之和,这样可以大大减少系统可靠度的计算量。这与结构体系可靠度计算方法中的宽界限法相符合。对于  $n$  取值不同的多根锚杆,按照本文方法也可以算出系统可靠度的结果。但是上述规律是否成立尚不确定,有待于从数学上去证明,这也是值得后续深入研究的一个问题。

## 参 考 文 献

[1] 朱川曲, 张道兵, 朱海燕. 基于蒙特-卡罗法的煤巷锚杆支护结构可靠性分析[J]. 中国安全科学学报, 2008, 18(4): 146—150

ZHU Chuan-qu, ZHANG Dao-bing, ZHU Hai-yan. Reliability analysis of bolt support structure of coal roadway based on Monte-Carlo[J]. *China Safety Science Journal*, 2008, 18(4): 146—150.

[2] 朱川曲, 施式亮, 王卫军. 煤巷锚杆支护结构的可靠性分析[J]. 中国安全科学学报, 2004, 14(9): 95—98.

ZHU Chuan-qu, SHI Shi-liang, WANG Wei-jun. Reliability analysis of bolt support structure of coal roadway[J]. *China Safety Science Journal*, 2004, 14(9): 95—98.

[3] 王卫军, 侯朝炯. 回采巷道煤帮锚杆支护可靠性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 813—816.

WANG Wei-jun, HOU Chao-jiong. Reliability analysis of coal wall bolting of extraction gallery[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 20(6): 813—816.

[4] 何满潮, 苏永华, 孙晓明, 等. 锚杆支护煤巷稳定性可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(12): 1810—1814.

HE Man-chao, SU Yong-hua, SUN Xiao-ming, et al. Reliability analysis of stability of coal roadway supported by rock-bolt[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(12): 1810—1814.

[5] 杨松林, 徐卫亚, 刘祖德. 岩石锚杆抗拔试验数据处理及可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 61—64.

YANG Song-lin, XU Wei-ya, LIU Zu-de. Experimental data interpretation and probability analysis of pulled rock bolts[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(1): 61—64.

- [6] 高凌霞, 杨向军, 门玉明. 锚杆-抗滑桩系统的可靠性分析[J]. 水文地质工程地质, 2006, 33(6): 36—39.  
GAO Ling-xia, YANG Xiang-jun, MEN Yu-ming. Reliability study of anti-sliding pile with anchored bolt[J]. **Hydrogeology and Engineering Geology**, 2006, 33(6): 36—39.
- [7] 孔恒, 马念杰, 王梦恕. 岩体锚固系统的串、并联模型及可靠度分析[J]. 煤炭学报, 2002, 27(4): 361—365.  
KONG Heng, MA Nian-jie, WANG Meng-shu. Analysis of model in series and parallel of rock bolt reinforcement system and its reliability computation[J]. **Journal of China Coal Society**, 2002, 27(4): 361—365.
- [8] 重庆市设计院. 建筑边坡工程技术规范 GB50330—2002[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [9] 中国建筑科学研究院. 建筑基坑支护技术规程 JGJ120—99[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
- [10] COOKE R W, PRICE G, TARR K, et al. Jacked piles in London clay: A study of load transfer and settlement under working condition[J]. **Geotechnique**, 1979, 29(2): 113—147.
- [11] 李云贵, 赵国藩. 结构体系可靠度的近似计算方法[J]. 土木工程学报, 1993, 26(5): 70—75.  
LI Yun-gui, ZHAO Guo-fan. An approximate method for structural system reliability analysis[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1993, 26(5): 70—75.
- [12] 李国强. 工程结构荷载与可靠度设计原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.